

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
3. kolokvij

9. lipnja 2018.
1. dio, grupa A

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Napišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene. (1 bod)

- (ii) Izdvojite linearne jednadžbe od nelinearnih, a među linearnima izdvojite homogene od nehomogenih. Objasnite! (1 bod)

a) $2xy^2 + y' = 3$, b) $\sin^2 x = yy'$,

c) $\sqrt{xy} + 2 \tan x = 3y'$, d) $x - 2e^x y' = y \ln^2 x$.

- (iii) Kako se rješava nehomogena linearna diferencijalna jednadžba 1. reda? Objasnite i na primjeru $xy' + 3y = \frac{\sin x}{x^2}$. (1 bod)

2. (i) Zapišite i pojasnite Cauchyev problem prvog i drugog reda.
(1 bod)

- (ii) Riješite Cauchyev problem prvog reda
 $xy' + 3y = \frac{\sin x}{x^2}$, $y(1) = -\cos 1$. (1 bod)

- (iii) U Cauchyevom problemu titranja

$$y'' + \omega^2 y = 0, \quad y(0) = A, \quad y'(0) = 0$$

objasnite značenje y , y' , y'' , ω^2 , A te početnih uvjeta. Napišite rješenje i komentirajte. (1 bod)

3. (i) Zapišite precizno linearnu diferencijalnu jednadžbu 2. reda s konstantnim koeficijentima. (1 bod)

(ii) Opišite kako se dobije opće rješenje homogene diferencijalne jednadžbe iz (i). (1 bod)

(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe:
 $y'' - y' - 2y = 0$, $y'' - 8y' + 16y = 0$, $y'' - 4y' + 20y = 0$. (1 bod)

4. (i) Napišite i geometrijski predočite vezu između pravokutnih i polarnih koordinata. (1 bod)

(ii) Predočite geometrijski dio ravnine D zadan u polarnim koordinatama s $\frac{5\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{5\pi}{3}$, $1 \leq r \leq 4$. (1 bod)

(iii) Pomoću polarnih koordinata izračunajte $\iint_D f dx dy$ po području D iz (ii) i objasnite značenje. (1 bod)

5. (i) Predočite geometrijski i navedite značenje $\iint_D f(x, y) dx dy$, gdje je f neka pozitivna funkcija i D područje u xy ravnini. (1 bod)
- (ii) Izračunajte integral iz (i) ako je $f(x, y) = (x + y)^2$ i D zadano s $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 2$. Slika! Objasnite značenje tog integrala ako je f funkcija gustoće mase. Opišite riječima razdiobu mase. (1 bod)
- (iii) Napišite formule za koordinate x_T i y_T točke težišta. Bez računanja procijenite vrijednost tih koordinata i obrazložite odgovor. (1 bod)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
3. kolokvij

9. lipnja 2018.
1. dio, grupa B

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Napišite i geometrijski predočite vezu između pravokutnih i polarnih koordinata. (1 bod)

(ii) Predočite geometrijski dio ravnine D zadan u polarnim koordinatama s $\frac{2\pi}{3} \leq \varphi \leq \frac{7\pi}{4}$, $2 \leq r \leq 5$. (1 bod)

(iii) Pomoću polarnih koordinata izračunajte $\iint_D f dx dy$ po području D iz (ii) i objasnite značenje. (1 bod)

2. (i) Zapišite precizno linearnu diferencijalnu jednadžbu 2. reda s konstantnim koeficijentima. (1 bod)

(ii) Opišite kako se dobije opće rješenje homogene diferencijalne jednadžbe iz (i). (1 bod)

(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe:
 $y'' - 6y' + 9y = 0$, $y'' - y' - 6y = 0$, $y'' - 2y' + 10y = 0$. (1 bod)

3. (i) Predočite geometrijski i navedite značenje $\iint_D f(x, y) dx dy$, gdje je f neka pozitivna funkcija i D područje u xy ravnini. (1 bod)
- (ii) Izračunajte integral iz (i) ako je $f(x, y) = (x + y)^2$ i D zadano s $0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2$. Slika! Objasnite značenje tog integrala ako je f funkcija gustoće mase. Opišite riječima razdiobu mase. (1 bod)
- (iii) Napišite formule za koordinate x_T i y_T točke težišta. Bez računanja procijenite vrijednost tih koordinata i obrazložite odgovor. (1 bod)

4. (i) Napišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene. (1 bod)

- (ii) Izdvojite linearne jednadžbe od nelinearnih, a među linearnima izdvojite homogene od nehomogenih. Objasnite! (1 bod)

a) $\sqrt{x}y + 3 \tan x = 4y'$, b) $\cos^2 x = yy'$,

c) $x - 4e^x y' = y \ln^2 x$, d) $4xy^3 + y' = 2$.

- (iii) Kako se rješava nehomogena linearna diferencijalna jednadžba 1. reda? Objasnite i na primjeru $xy' + 2y = \frac{\cos x}{x}$. (1 bod)

5. (i) Zapišite i pojasnite Cauchyev problem prvog i drugog reda. (1 bod)

- (ii) Riješite Cauchyev problem prvog reda
 $xy' + 2y = \frac{\cos x}{x}$, $y(1) = \sin 1$. (1 bod)

- (iii) U Cauchyevom problemu titranja

$$y'' + \omega^2 y = 0, \quad y(0) = A, \quad y'(0) = 0$$

objasnite značenje y , y' , y'' , ω^2 , A te početnih uvjeta. Napišite rješenje i komentirajte. (1 bod)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
3. kolokvij

9. lipnja 2018.
1. dio, grupa C

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Zapišite precizno linearnu diferencijalnu jednadžbu 2. reda s konstantnim koeficijentima. (1 bod)

(ii) Opišite kako se dobije opće rješenje homogene diferencijalne jednadžbe iz (i). (1 bod)

(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe:
 $y'' - 4y' + 13y = 0$, $y'' + y' - 6y = 0$, $y'' - 4y' + 4y = 0$. (1 bod)

2. (i) Napišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene. (1 bod)

- (ii) Izdvojite linearne jednadžbe od nelinearnih, a među linearnima izdvojite homogene od nehomogenih. Objasnite! (1 bod)

a) $\sin^3 x = yy'$, b) $x - 3e^x y' = y \ln^4 x$,

c) $3xy^2 + y' = 4$, d) $\sqrt{xy} + 4 \tan x = 2y'$.

- (iii) Kako se rješava nehomogena linearna diferencijalna jednadžba 1. reda? Objasnite i na primjeru $xy' + 4y = \frac{\sin x}{x^3}$. (1 bod)

3. (i) Zapišite i pojasnite Cauchyev problem prvog i drugog reda.
(1 bod)

- (ii) Riješite Cauchyev problem prvog reda
 $xy' + 4y = \frac{\sin x}{x^3}$, $y(1) = -\cos 1$. (1 bod)

- (iii) U Cauchyevom problemu titranja

$$y'' + \omega^2 y = 0, \quad y(0) = A, \quad y'(0) = 0$$

objasnite značenje y , y' , y'' , ω^2 , A te početnih uvjeta. Napišite rješenje i komentirajte. (1 bod)

4. (i) Predočite geometrijski i navedite značenje $\iint_D f(x, y) dx dy$, gdje je f neka pozitivna funkcija i D područje u xy ravnini. (1 bod)
- (ii) Izračunajte integral iz (i) ako je $f(x, y) = (x + y)^2$ i D zadano s $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 1$. Slika! Objasnite značenje tog integrala ako je f funkcija gustoće mase. Opišite riječima razdiobu mase. (1 bod)
- (iii) Napišite formule za koordinate x_T i y_T točke težišta. Bez računanja procijenite vrijednost tih koordinata i obrazložite odgovor. (1 bod)

5. (i) Napišite i geometrijski predočite vezu između pravokutnih i polarnih koordinata. (1 bod)

(ii) Predočite geometrijski dio ravnine D zadan u polarnim koordinatama s $\frac{3\pi}{4} \leq \varphi \leq \frac{11\pi}{6}$, $1 \leq r \leq 5$. (1 bod)

(iii) Pomoću polarnih koordinata izračunajte $\iint_D f dx dy$ po području D iz (ii) i objasnite značenje. (1 bod)